ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕ್ರಮ

ಕ್ಯಾಟಲಾಗಿಂಗ್ (ಯಾದಿ ನಿರ್ಮಾಣ) 1-ಏಕರೂಪದ ಟೈಲಿಂಗ್‌ಗಳು (ವಿನ್ಯಾಸಾಚ್ಛಾದನೆ)

ಹನೀತ್ ಗಾಂಧಿ

ಮಾರ್ಚ್ 2014 ಮತ್ತು ಜುಲೈ 2014ರ ಅಟ್ ರೈಟ್ ಆಂಗಲ್ಸ್ ಸಂಚಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾದ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ಗಳನ್ನು ಕುರಿತಾದ ನನ್ನ ಹಿಂದಿನ ಎರಡು ಲೇಖನಗಳಾದ - ಸಮತಲವನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಪರಿಜುಗಳಿಂದ ಆಚ್ಛಾದಿಸುವುದು ಭಾಗ1 ಮತ್ತು 2– ಗಳಲ್ಲಿ ಟೆಸ್ಸೆಲೇಟ್ ಆಗಬಲ್ಲ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆ ಕಿರುನೋಟವನ್ನು ನೀಡಲು ಯತ್ನಿಸಿದ್ದೆನು. ಆ ಲೇಖನಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರಕಟವಾದ ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲೇಷನ್ಗಳ ಗಣನೆ (ಎನ್ಯುಮರೇಷನ್ ಆಫ್ ಸೆಮಿ-ರೆಗ್ಯುಲರ್ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ಸ್, AtRiA, ಮಾರ್ಚ್2014) ಎಂಬ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ, ಲೇಖಕರು ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ಆಂತರಿಕ ಕೋನಗಳು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಸಂಪೂರ್ಣ ಕೋನಕ್ಕೆ (ಅಂದರೆ360°) ಸರಿಹೊಂದುವ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಸಂಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಇಂತಹ 17 ಸಂಯೋಜನೆಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಲಾಗಿತ್ತು. ಆದಾಗ್ಗೂ, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲವೂ ವಿನ್ಯಾಸಾಚ್ಛಾದನೆಗೆ ಆಸ್ಪದ ನೀಡುತ್ತವೆ ಎಂದೇನಿಲ್ಲ. ಪ್ರಸ್ತುತ ಲೇಖನವನ್ನು ಹಿಂದಿನ ಲೇಖನಗಳ ಒಂದು ವಿಸ್ತರಣೆಯಂತೆ ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು; ನಾನು ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೈಲಿಂಗ್ ಪರಿಜುಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಲೆಂದು ವಿಸ್ತಾರಗೊಳ್ಳುವ ಸಂಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಕಿರುಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದ್ದೇನೆ.
(ಸಂಪಾದಕರ ಟಿಪ್ಪಣಿ: ನಿಮಗೆ ಪರಿಚಯವಿಲ್ಲದಿರಬಹುದಾದ ಪದಗಳ ವಿವರಣೆಗಾಗಿ ಲೇಖನದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಶಬ್ದಕೋಶ ನೋಡಿ. ನಿಮಗಾಗಿ ಕೆಲವು ಪರಿಚಯವಿಲ್ಲದ ಪದಗಳನ್ನು ಎತ್ತಿತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ.)

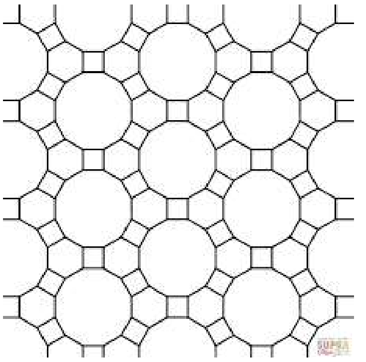
ಸಂಕೇತ	ಬದಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ						ಸಂಕೇತ	ಬದಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ					
	n1	n2	n3	n4	n5	n6		n1	n2	n3	n4	n5	n6
A	3	7	42				K	6	6	6			
B	3	8	24				L	3	3	4	12		
C	3	9	18				M	3	3	6	6		
D	3	10	15				N	3	4	4	6		
E	3	12	12				P	4	4	4			
F	4	5	20				Q	3	3	3	4	4	
G	4	6	12				R	3	3	3	3	6	
H	4	8	8				S	3	3	3	3	3	3
J	5	5	10										

ಪಟ್ಟಿ1: 17 ಸಂಯೋಜನೆಗಳು

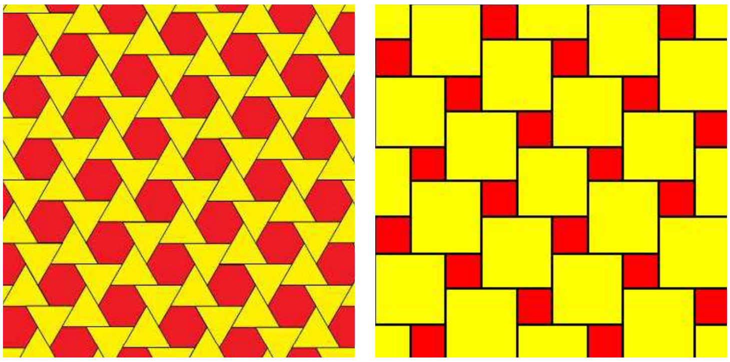
ಮುಖ್ಯ ಪದಗಳು: ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್, ಟೈಲಿಂಗ್, ಪಟ್ಟಿಮಾಡುವುದು, ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ, ಅಂಚಿನಿಂದ-ಅಂಚಿಗೆ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್, ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್, ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್, ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್, ಆರ್ಕಿಮಿಡಿಯನ್ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್

ಟೈಲಿಂಗ್ ಪರಿಜು(patterns)ಗಳ ಎಣಿಸುವಿಕೆಯು ಆಗೊಮ್ಮೆ ಈಗೊಮ್ಮೆ ನಡೆದ ಚಟುವಟಿಕೆಯಾಗಿದೆ. ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣದ ಖ್ಯಾತಿಯು ಜೊಹಾನ್ನೆಸ್ ಕೆಪ್ಲರ್ ಗೆ ಸೇರುತ್ತದೆ. ಹಾರ್ಮೋನಿಸಿಸ್ ಮುಂಡಿ ಪುಸ್ತಕದ ಎರಡನೇ ಸಂಪುಟದಲ್ಲಿ (1619) ಯಲ್ಲಿ, ಕೆಪ್ಲರ್ 'ಪ್ರತಿ ಶೃಂಗದ ಸುತ್ತಲೂ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ವಿಧಾನದಂತೆಯೇ ಎಲ್ಲಾ ಶೃಂಗಗಳ ಸುತ್ತಲಿನ ಜೋಡಣೆಯು ಇರುತ್ತದೆ' ಎಂಬ ಗುಣಲಕ್ಷಣ ಹೊಂದಿರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳ ಪಟ್ಟಿಮಾಡಿದ್ದಾರೆ; ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣವಿರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳನ್ನು 1-ಏಕರೂಪದ ಶೃಂಗ - ಸಮರೂಪ ಟೈಲಿಂಗುಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ತರುವಾಯ, ಕ್ರೋತೆನ್ ಹಿರ್ ಡತ್, ಶಾವೆ ಮತ್ತು ಗೇಲ್ಬ್ರಕ್, ಪರಿಜುವಿನಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಶೃಂಗ-ಸಮರೂಪತೆ ಇರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನಗಳ ಯಾದಿ ನಿರ್ಮಾಣ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ವಿಯಾದರು. ಇದನ್ನೇ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಅವರು ಪರಿಜುವಿನಲ್ಲಿ k-ಮಾದರಿಯ ಶೃಂಗಗಳು ಇರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳನ್ನು ವ್ಯವಸ್ಥಿತಗೊಳಿಸಿದರು. ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಇರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳನ್ನು k-ಏಕರೂಪ ($P \geq 2$) ಶೃಂಗ ಟೈಲಿಂಗುಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. (ಉಲ್ಲೇಖಗಳು [1], [2] ಮತ್ತು [3] ನೋಡಿ.)

ಎರಡು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣ ಅಂಚುಗಳಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅಂಚಿನಿಂದ-ಅಂಚಿಗೆ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಟ್ ಆಗುವ ಪರಿಜು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಈ ಅಗತ್ಯತೆಯ ತಕ್ಷಣದ ಪರಿಣಾಮವೆಂದರೆ ಈ ಪರಿಜುವಿನ ಎಲ್ಲಾ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಚಿತ್ರ 1a ಇಂತಹ ಪರಿಜುವಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 1b ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಟ್ ಆಗುವ, ಅಂಚಿನಿಂದ-ಅಂಚಿಗೆ ಅಲ್ಲದ ಪರಿಜುವಿನ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಅಂಚಿನಿಂದ-ಅಂಚಿಗೆ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಟ್ ಆಗುವ ಪರಿಜುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ.



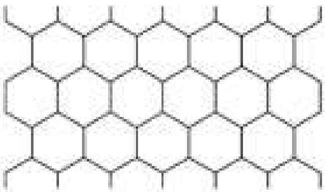
ಅಂಚಿನಿಂದ-ಅಂಚಿಗೆ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್
ಚಿತ್ರ 1a



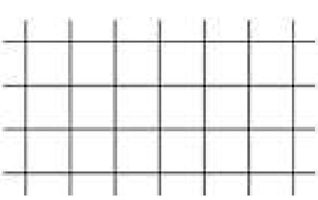
ಅಂಚಿನಿಂದ-ಅಂಚಿಗೆಅಲ್ಲದ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್
ಚಿತ್ರ 1b

ಶೃಂಗ ಸಮಪ್ರಮಾಣತೆಯನ್ನು ಕಾಯ್ದುಕೊಳ್ಳುವ ಅಂಚಿನಿಂದ- ಅಂಚಿಗೆ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಟ್ ಆಗುವ ಪರಿಜುಗಳನ್ನು ನಿಯಮಿತ, ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ, ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಎಂದು ವರ್ಗೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಏಕರೂಪದ ಶೃಂಗದ ಸಂರಚನೆಯು ಪರಿಜುವಿನಾದ್ಯಂತ ಇರುತ್ತದೆ (ಇಂತಹ ಟೈಲಿಂಗುಗಳನ್ನು 1-ಏಕರೂಪ ಆರ್ಕಿಮಿಡಿಯನ್ ಟೈಲಿಂಗ್ಸ್ ಎಂದುಕರೆಯುತ್ತಾರೆ), ಆದರೆ ಉಪ-ನಿಯವಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನಿನಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅಥವ ಹೆಚ್ಚು ಶೃಂಗ ಸಂಯೋಜನೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು ಹೀಗೂ ಹೇಳಬಹುದು – ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಸಂಯೋಜನೆಗಳು ಒಂದು ಸಮತಲವನ್ನು ಆವರಿಸಲು ಪುನರಾವರ್ತಿತಗೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಅರೆನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ ಎಂದೂ, ಎರಡು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಶೃಂಗಗಳ ಸಂರಚನೆಗಳು ಸಹ-ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿರುವುದನ್ನು ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ ಎಂದೂ ಕರೆಯಬಹುದು. (ಗಮನಿಸಿ: ಕೆಲವು ಗಣಿತಜ್ಞರು ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನನ್ನು ಅರೆ-ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳ ಸಂಯೋಜನೆ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತಾರೆ.) ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೇಲೆ ಹೆಚ್ಚು ಒಮ್ಮತವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, ಮೂರೇ ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ ಗಳು ಇರುವುವು ಮತ್ತು ಕೇವಲ ಎಂಟು ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳು ಇರುವುವವು ಎಂದು ನಾವು ಭರವಸೆ ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ, ನಾವು ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುವ ಎಂಟು ಸಂರಚನೆಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡೋಣ. ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತುತ ಪಡಿಸಿರುವ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು, ನಿರ್ಮಿಸಲು ಮತ್ತು ಯಾದೀಕರಣ ಮಾಡಲು ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು.

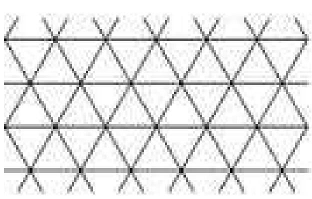
1-ಏಕರೂಪದ ಶೃಂಗ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನಿನ ಮೊದಲ ವರ್ಗ ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳದ್ದಾಗಿದ್ದು, ಅದರಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎಲ್ಲ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಚುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. K, P ಮತ್ತು S ಸಂಯೋಜನೆಗಳು (ಪಟ್ಟಿ1) ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತವೆ. (ಚಿತ್ರ 2 ನೋಡಿ).



6.6.6
ಚಿತ್ರ 2a

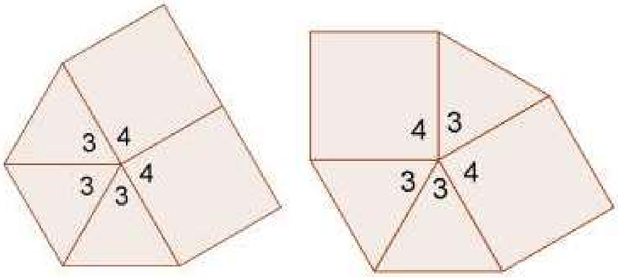


4.4.4.4
ಚಿತ್ರ 2b



3.3.3.3.3.3
ಚಿತ್ರ 2c

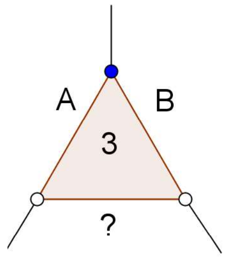
ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳನ್ನು ಕ್ಯಾಟಲಾಗ್ (ಯಾದಿ ನಿರ್ಮಾಣ) ಮಾಡಲು, ನಾವು ಕೋಷ್ಟಕ 1ರಲ್ಲಿ ಇರುವ ಉಳಿದ 14 ಸಂಯೋಜನೆಗಳ ಮೇಲೆ ಗಮನ ಹರಿಸೋಣ. ಎಣಿಕೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೂಲಕ ನಾವು ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ 360° ರೂಪಿಸಲು ಸೇರುವ ಎಲ್ಲ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಎಲ್ಲ ಸಂಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದೆವು. ಆದರೆ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ವಾಸ್ತವಿಕ ಸ್ಥಳ ಜೋಡಣೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚೇನೂ ಹೇಳುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ, 3.3.3.4.4ನ ಪದವಿವರಣೆಯು ನಮಗೆ ಎರಡು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಎರಡು ಚೌಕಗಳು ಸೇರಿ ಶೃಂಗವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಮಾತ್ರ ಹೇಳುತ್ತದೆ. ಇದು ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಚೌಕಗಳು ಆ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ಆಚ್ಛಾದಿಸುತ್ತವೆ, ಇವುಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಜೋಡಣಾ ಕ್ರಮವೇನು ಎಂಬುದರ ಬಗ್ಗೆ ಯಾವುದೇ ಮಾಹಿತಿ ನೀಡುವುದಿಲ್ಲ. ಮೂರು ತ್ರಿಕೋನಗಳು 3.3.3.4.4ರಂತೆ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬರುವುವೇ ಅಥವಾ ಅವುಗಳು ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ 3.4.3.3.4 ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗುವುವೆ? ಎರಡೂ ಜೋಡಣೆಗಳು ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಟ್ ಆಗುವುವೆ? ಇವುಗಳು 1-ಏಕರೂಪದ ಶೃಂಗೀಯ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುತ್ತವೆಯೆ?



ಚಿತ್ರ 3

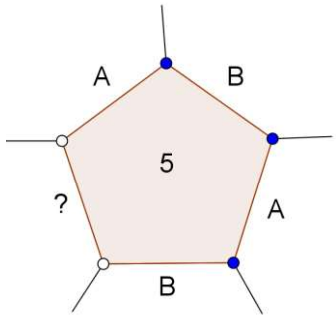
ಒಂದು ಶೃಂಗದಲ್ಲಿರುವ ಮೂರು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು

ನಾವು ಮೂರು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಸಂಯೋಜನೆಯೊಂದಿಗೆ ಆರಂಭಿಸೋಣ, ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕ್ರಮ ತ್ರಿಕೋನ 3.A.B. ಆಗಿದೆ. ಈ ಲೆಕ್ಸಿಕನ್ನಿನಲ್ಲಿ (ಶಬ್ದಭಂಡಾರದಲ್ಲಿ), ಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆ 3 ಕ್ರಮ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ, A ಮತ್ತು B ಗಳು A ಮತ್ತು Bಗಳಿರುವ ಎರಡು ಕ್ರಮ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತವೆ. ಎಲ್ಲಾ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಅಂಚಿನ ಉದ್ದಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಏಕರೂಪ ಶೃಂಗ-ಸಮಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಾಯ್ದುಕೊಳ್ಳಲು, ತ್ರಿಕೋನವು ತನ್ನ ಮೂರೂ ಶೃಂಗಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ವಿಧದ ಸ್ಥಳ ಸಂರಚನೆಯುಳ್ಳ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬೇಕು.



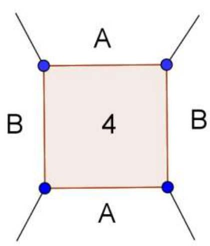
ಚಿತ್ರ 4

ಮೇಲಿನ ನಿದರ್ಶನದಲ್ಲಿ, A ಮತ್ತು B ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಂಧಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ನೀಲಿ ಶೃಂಗವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುತ್ತವೆ. ಆದಾಗ್ಯೂ, '?' ನಲ್ಲಿ ಇರುವ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯು A ಅಥವಾ B ಆಗಿದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಬಿಳಿ ಶೃಂಗಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸುವ ಏಕೈಕ ಮಾರ್ಗವೆಂದರೆ A = B ಆಗುವಂತೆ ಹೊಂದಿಸುವುದು. ಹಾಗೆ ಹೊಂದಿಸಿದಾಗ ಪರಿಜುವು 3.A.B. ಆಗುತ್ತದೆ. ಇದು 3.7.42, 3.8.24, 3.9.18 ಮತ್ತು 3.10.15 ಸಂಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುತ್ತದೆ. ಹೀಗಾಗಿ, ಕೇವಲ ಒಂದು ಸಂಯೋಜನೆಯು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುತ್ತದೆ, ಅದು 1-ಏಕರೂಪದ ಶೃಂಗ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ ಮಾಡಲು ವಿಸ್ತೃತಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ (3.12.12), ಇದೇ ವಾದವು ಇತರ ಎರಡು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ನಿಟ್ಟವಾದ (ಇಂಸಿಡೆಂಟ್) ಎಲ್ಲಾ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುತ್ತದೆ. ಇದು F (5.20.4 ಎಂದು ಓದಲ್ಪಡುವ 4.5.20,) ಮತ್ತು J (5.5.10) ಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುತ್ತದೆ.

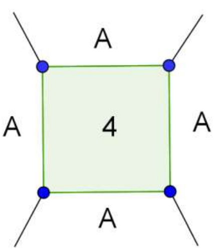


ಚಿತ್ರ 5

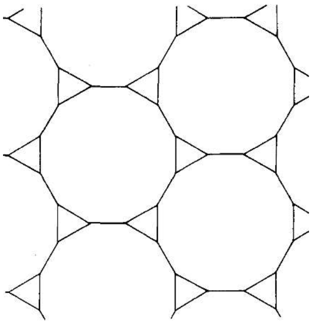
ಎರಡು ಇತರ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ನಿಟ್ಟವಾದ (ಇಂಸಿಡೆಂಟ್) ನಾಲ್ಕು ಬದಿಯ ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯೊಂದಿಗೆ ಇದರ ಸಂರಚನೆಯು 4.A.B. ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರಗಳು 6 a ಮತ್ತು 6bಗಳು ಏಕ ಶೃಂಗದ ಸಮಪ್ರಮಾಣತೆಯನ್ನು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಕಾಯ್ದಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 4.A, B ಯು ವಿಸ್ತಾರಗೊಳ್ಳಲು ಕೇವಲ ಎರಡೇ ದಾರಿಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸುತ್ತದೆ – A ಯು Bಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಅಥವಾ A ಮತ್ತು Bಗಳನ್ನು ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ ಇರಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು H (4.8.8) ಮತ್ತು G (4.6.12) ಗಳನ್ನು ಪರಿಮಿತಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.



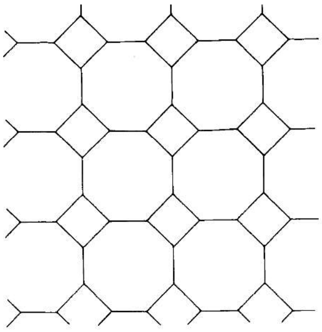
ಚಿತ್ರ 6a



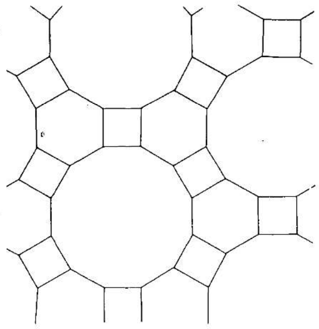
ಚಿಚಿತ್ರ 6b



3.12.12
ಚಿತ್ರ 7 a



4.8.8
ಚಿತ್ರ 7 b

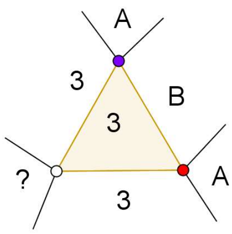


4.6.12
ಚಿತ್ರ 7 c

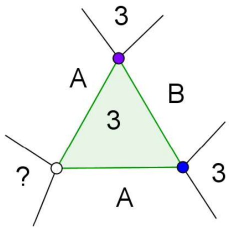
ಸಾರಾಂಶವಾಗಿ, ಒಂದು ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಸೇರುವ ಮೂರು ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳಿಗೆ ಕೇವಲ ಮೂರು 1-ಏಕರೂಪ ಶೃಂಗದ ಆರ್ಕಿಮಿಡಿಯನ್ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ ಇರಬಹುದು, ಮತ್ತು ಅವುಗಳು 3.12.12, 4.8.8. ಮತ್ತು4.6.12 (ಚಿತ್ರ 7 ನೋಡಿ).

ನಾಲ್ಕು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು

3.3.A.B ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನಿನ್ನಲ್ಲಿ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಎರಡು ಇತರ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಇರಲಿ. ಈ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು 3.3.A.B ಅಥವಾ 3.A.3.B ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು. ನಾವು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿ A ಮತ್ತು Bಗಳನ್ನು ನೀಲಿ ಶೃಂಗದ ಮೇಲಿರಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ (ಚಿತ್ರ 8a). ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಚಕ್ರೀಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಓದುವಾಗ 3.3.A.B ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಕೆಂಪು ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಇದೇ ಸಂರಚನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಲು, ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಅಪ್ರದಕ್ಷಿಣಾಕಾರದ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ವ್ಯವಸ್ಥೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಆದಾಗ್ಯೂ, ಬಿಳಿ ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ, ಕೋನಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತವನ್ನು 180° ಮಾಡುವ ಮೂರು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಇರುತ್ತವೆ, ಬೇರೆ ಇನ್ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿಸುವ ಯಾವುದೇ ಸಾಧ್ಯತೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ, 3.3.A.B ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ ನಿರ್ಮಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಇದು 3.3.4.12 (L) ಮತ್ತು 3.3.6.6 (M) ಎರಡರ ಅಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.



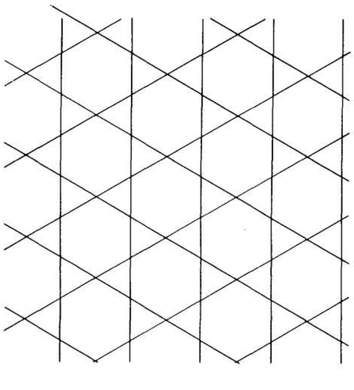
ಚಿತ್ರ 8a



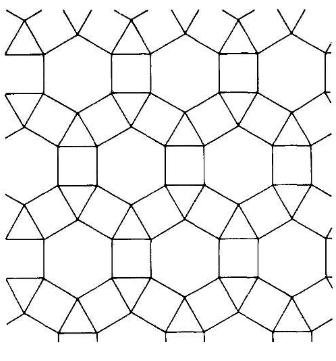
ಚಿತ್ರ 8b

ಚಿತ್ರ 8b ಯಲ್ಲಿ 3.A.3.B ಯ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನುಚಿತ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ; ಇದೇ ಸಂರಚನೆಯನ್ನು ಬಿಳಿ ಶೃಂಗದಲ್ಲಿ ಕಾಯ್ದುಕೊಳ್ಳಲು, A ಮತ್ತು B ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು. ಹೀಗಾಗಿ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು, ಒಂದು ಚೌಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ದ್ವಾದಶಕೋನ (L) ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಟ್ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ, ಆದರೆ ಸಂಯೋಜನೆಯನ್ನು 3.6.3.6 ಅಂತೆ ಮರುಸಂಯೋಜಿಸಿದರೆ ಅದು 1-ಏಕರೂಪ ಶೃಂಗ ಟೈಲಿಂಗಿಗೆ ಎಡೆಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ. ಚಿತ್ರ 9a. ನೋಡಿ.

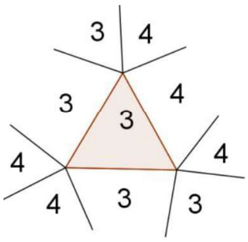
ಇದೇ ರೀತಿಯ ತರ್ಕವು ಸಂಕೇತN (3.4.4.6) ಗೆ ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ ಇರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಎಡೆ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ. ಆದರೆ, ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು 3.4.6.4ರಂತೆ ಮರುಜೋಡಿಸಿದರೆ, ಚಿತ್ರ 9b ನಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ನಾವು ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ ರೂಪಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.



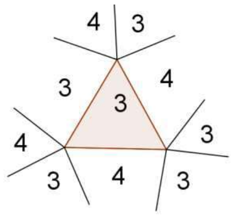
3.6.3.6
ಚಿತ್ರ 9a



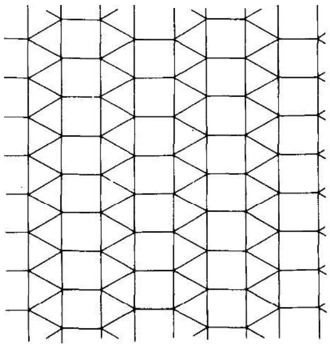
3.4.6.4
ಚಿತ್ರ 9b



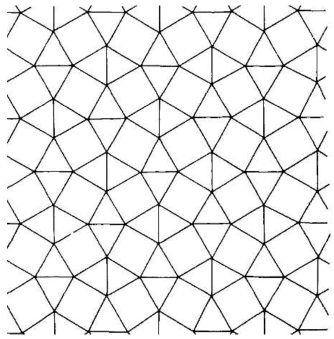
ಚಿತ್ರ 10a



ಚಿತ್ರ 10b



3.3.3.4.4
ಚಿತ್ರ 11a

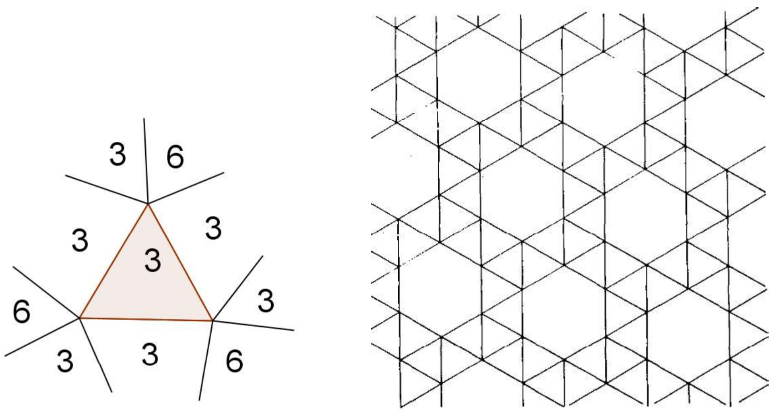


3.4.3.4.3
ಚಿತ್ರ 11b

ಪಂಚ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು
Q ಮತ್ತು R ಐದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಎರಡು ಸಂರಚನೆಗಳು. ನಾವು ಇದನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತೇವೆ.

Q ಸಂರಚನೆಯು ಎರಡು ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುತ್ತದೆ: 3.3.3.4.4 ಮತ್ತು 3.3.4.3.4. ಚಿತ್ರ 10a ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 10bಗಳು ಈ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಸಮತಲವನ್ನು ಹೇಗೆ ವಿಭಜಿಸುತ್ತವೆ, ಶೃಂಗಗಳ ಏಕ ಸಮರೂಪತೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಸಂರಕ್ಷಿಸುತ್ತವೆ, ಮತ್ತು ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೈಲಿಂಗ್ ಪರಿಜುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಸೃಷ್ಟಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ರಚನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ವರ್ಣಿಸುತ್ತವೆ. (ಕ್ರಮವಾಗಿ ಚಿತ್ರ 11a ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ 11b)

ಮತ್ತು ಅಂತಿಮವಾಗಿ, ಚಿತ್ರ12 R (3.3.3.3.6) ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸುತ್ತದೆ;



3.3.3.3.6.
ಚಿತ್ರ 12

ಹೀಗಾಗಿ, 14 ನಿಯಮಿತ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳ ಸಂಯೋಜನೆಗಳ ಪೈಕಿ ಕೇವಲ 8 ಸಮತಲಕ್ಕೆ 1-ಏಕರೂಪದ ಶೃಂಗ ಸಮಪ್ರಮಾಣತೆಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಸಮತಲವನ್ನು ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ: 3.12.12, 4.8.8, 4.6.12, 3.6.3.6, 3.4.6.4, 3.3.3.4.4, 3.3.4.3.4 ಮತ್ತು 3.3.3.3.6. ಇವುಗಳೇ ನಮ್ಮ 1-ಏಕರೂಪ ಆರ್ಕಿಮಿಡಿಯನ್ ಅಥವಾ ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳು.

ನಿಯಮಿತ ಮತ್ತು ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳ ಸಂಭವನೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಗ್ಗೆ ಒಮ್ಮತವಿದ್ದರೂ, ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನಿನ ಬಗ್ಗೆ ಇದೇ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ಬರಲು ನಿಖರ ಮಾರ್ಗವಿಲ್ಲ. ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನಿನ ಕೂಲಂಕಷವಾದ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಲು ನೀವು ಟೈಲ್-ಸಮರೂಪತೆ ಅಥವಾ ಶೃಂಗ ಸಮರೂಪತೆ ಅಥವಾ ಅಂಚು-ಸಮರೂಪತೆಯನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಮಾನದಂಡವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಲು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು. ಕ್ರೊಟಿನ್ ಹರ್ಡ್ಸ್, 1969(ಗ್ರನ್ ಬೌಮ್ ಮತ್ತು ಶೆಪರ್ಡ್, 1986 ನಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವಂತೆ) ಶೃಂಗದ ಸಮರೂಪತೆಯ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ 124 ಏಕರೂಪ-ಶೃಂಗ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸಿದರು. ಶಾವೆ (1984) ಅಂಚು ಸಮರೂಪತೆಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ 165ಕ್ಕೂ ಹೆಚ್ಚು ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿದರು.

ಈ ಲೇಖನದಲ್ಲಿ ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳ ಯಾದಿ ನಿರ್ಮಾಣ ಮಾಡಲು ಪರಿಶೋಧನ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಮಧ್ಯಮ ತರಗತಿಗಳ ಅಧ್ಯಾಪಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸಂಯೋಜನೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಲು ಹಾಗು ಅದರ ವಿವಿಧ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಲು ಅವಕಾಶ ನೀಡಬಹುದು. ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲು ಮತ್ತು ಕ್ಯಾಟಲಾಗ್ ಮಾಡಲು ಸಹ ವಿಸ್ತರಿಸಬಹುದು. ಮಧ್ಯಮ ದರ್ಜೆಯ ಗಣಿತ ಭೋಧನೆಯ ಭಾಗವಾಗಿ ಇಂತಹ ಅನುಭವಕ್ರೀಡು ಮಾಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಆಕಾರಗಳು, ಪ್ರದೇಶ, ಸ್ಥಾನ ಮತ್ತು ಸಮಮಿತಿಯ ಪರಸ್ಪರ ಪ್ರಭಾವಗಳನ್ನು ಅರಿಯಲು ವಿಪುಲವಾದ ಅವಕಾಶ ನೀಡುತ್ತವೆ.

ಹೆಚ್ಚಿನ ಓದಿಗಾಗಿ

ಉಪ-ನಿಯಮಿತದ ವರ್ಗೀಕರಣದ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚು ತಿಳಿಯಲು, ಓದುಗರು ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ನೋಡಬಹುದು:

1. ಶಾವೆ, ಡಿ.ಪಿ (1984). ಪೀರಿಯಾಡಿಕ್ ಟೈಲಿಂಗ್ಸ್ ಅಂಡ್ ಟೈಲಿಂಗ್ಸ್ ಬೈ ರೆಗ್ಯುಲರ್ ಪಾಲಿಗನ್ಸ್: ವಿಸ್ಕಾನ್ಸಿನ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯಕ್ಕೆ ಮಂಡಿಸಿದ ಅಪ್ರಕಟಿತ ಡಾಕ್ಟರೇಟ್ ಪ್ರಭಂಧ.
2. ಗೆಲ್ ಬಕ್, ಬಿ.ಎಲ್. (2002) ಎನ್-ಯೂನಿಫಾರ್ಮ್ ಟೈಲಿಂಗ್ಸ್; ಕೊಂಡಿ
3. ಗ್ರುನ್ ಬಾಮ್ ಬಿ, ಮತ್ತು ಷೆಪರ್ಡ್ ಜಿ.ಸಿ. (1986). ಟೈಲಿಂಗ್ & ಪ್ಯಾಟ್ರನ್. ಡಬ್ಲ್ಯೂ.ಹೆಚ್. ಫ್ರೀಮನ್ ಎಂಡ್ ಕಂಪನಿ, ನ್ಯೂ ಯಾರ್ಕ್.
4. www.maa.org/sites/default/files/pdf/upload_library/22/Allendoerfer/1978/0025570x.di021102.02p0230f.pdf
5. www.math.nus.edu.sg/aslaksen/papers/Demiregular.pdf

ಸ್ವೀಕೃತಿಗಳು:

ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನಿನ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಕೆಳಕಂಡ ಮುಕ್ತ-ಮೂಲಗಳಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.:

1. ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನಿನ ಎಲ್ಲಾ ಚಿತ್ರಗಳು: ವಿಸ್ ಟೀನ್, ಎರಿಕ್ ಡಬ್ಲ್ಯೂ. "ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್." ಫ್ರಂ ಮ್ಯಾಥ್ ವರ್ಲ್ಡ್ – ಒಂದು ವುಲ್ಫ್ ರಾಂ ಜಾಲತಾಣ ಸಂಪನ್ಮೂಲ. http://mathworld.wolfram.com/Tessellation.html
2. ಅಂಚಿನಿಂದ—ಅಂಚಿಗಲ್ಲದ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್ನಿನ ಚಿತ್ರಗಳು: https://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean_tilings_by_convex_regular_polygons#Tilings_that_are_not_edge-to-edge
3. ಪುನರಾವರ್ತಿತ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಜಿಯೋಜೀಬ್ರಾದಲ್ಲಿ ಮಾಡಲಾಯಿತು.

ಪಾರಿಭಾಷಿಕ ಶಬ್ದಕೋಶ

- 1-ಏಕರೂಪ ಶೃಂಗ ಸಮರೂಪಟೈಲಿಂಗ್: ಪ್ರತಿ ಶೃಂಗದ ಸುತ್ತಲೂ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿರುವ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಎಲ್ಲಾ ಶೃಂಗಳಿಗೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್.
- k-ಏಕರೂಪ ($k \geq 2$) ಶೃಂಗ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್: ಶೃಂಗಗಳ ಸುತ್ತ k ವಿವಿಧ ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಲ್ಪಟ್ಟಿರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್
- ಅಂಚಿನಿಂದ-ಅಂಚಿಗೆ ಟೆಸ್ಸೆಲೇಟ್ ಆಗುವ ಪರಿಜು: ಪರಸ್ಪರ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಂಪೂರ್ಣ ಅಂಚುಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ಕ್ರಮವಿರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್
- ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್–ಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬದಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್.
- ಅರೆ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್: ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಧಗಳ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಇರುವ, ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಶೃಂಗಳಿಗೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವ ಹಾಗೆ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್
- ಉಪ-ನಿಯಮಿತ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್: ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿಧದ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಇರುವ, ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಶೃಂಗಗಳೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರದ ಹಾಗೆ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿರುವ ಟೆಸ್ಸೆಲ್ಲೇಷನ್



ಡಾ. ಹನೀತ್ ಗಾಂಧಿಯವರು ದೆಹಲಿಯ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದ ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆಯಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕಿಯಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಅವರು 'ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣ' ಮತ್ತು 'ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಂಶೋಧನೆಯಲ್ಲಿ ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ವಿಧಾನಗಳು' ಈ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಬೋಧಿಸುತ್ತಾರೆ. ಐಐಟಿ ದೆಹಲಿಯಿಂದ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸ್ನಾತ್ತಕೋತ್ತರ ಪದವಿ ಪಡೆದ ಮೇಲೆ, ಲಕ್ನೌ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯದಲ್ಲಿ ಅವರು ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಣದಲ್ಲಿ ಡಾಕ್ಟರೇಟ್ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿದರು. ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರದಲ್ಲಿ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ಗಣಿತ ಸಂಶೋಧನೆ ಅವರ ಆಸಕ್ತಿಯ ವಿಷಯಗಳು. ಅವರನ್ನು haneetgandhi@gmail.com ನಲ್ಲಿ ಸಂಪರ್ಕಿಸಬಹುದು.

ಅನುವಾದ: ಸಹನಾ ರಾವ್